

In funzione dello stato di sollecitazione e deformazione le tensostrutture piane sono state dimensionate diversamente e riunite in due gruppi. Le caratteristiche geometriche e meccaniche principali del sistema tensostrutturale sono illustrate nel paragrafo seguente. Tutte le funi sono di formazione spiroidale chiuse e/o aperte, zincate (classe B), con resistenza elementare dei fili maggiore di  $1\,600\text{ N/mm}^2$ .

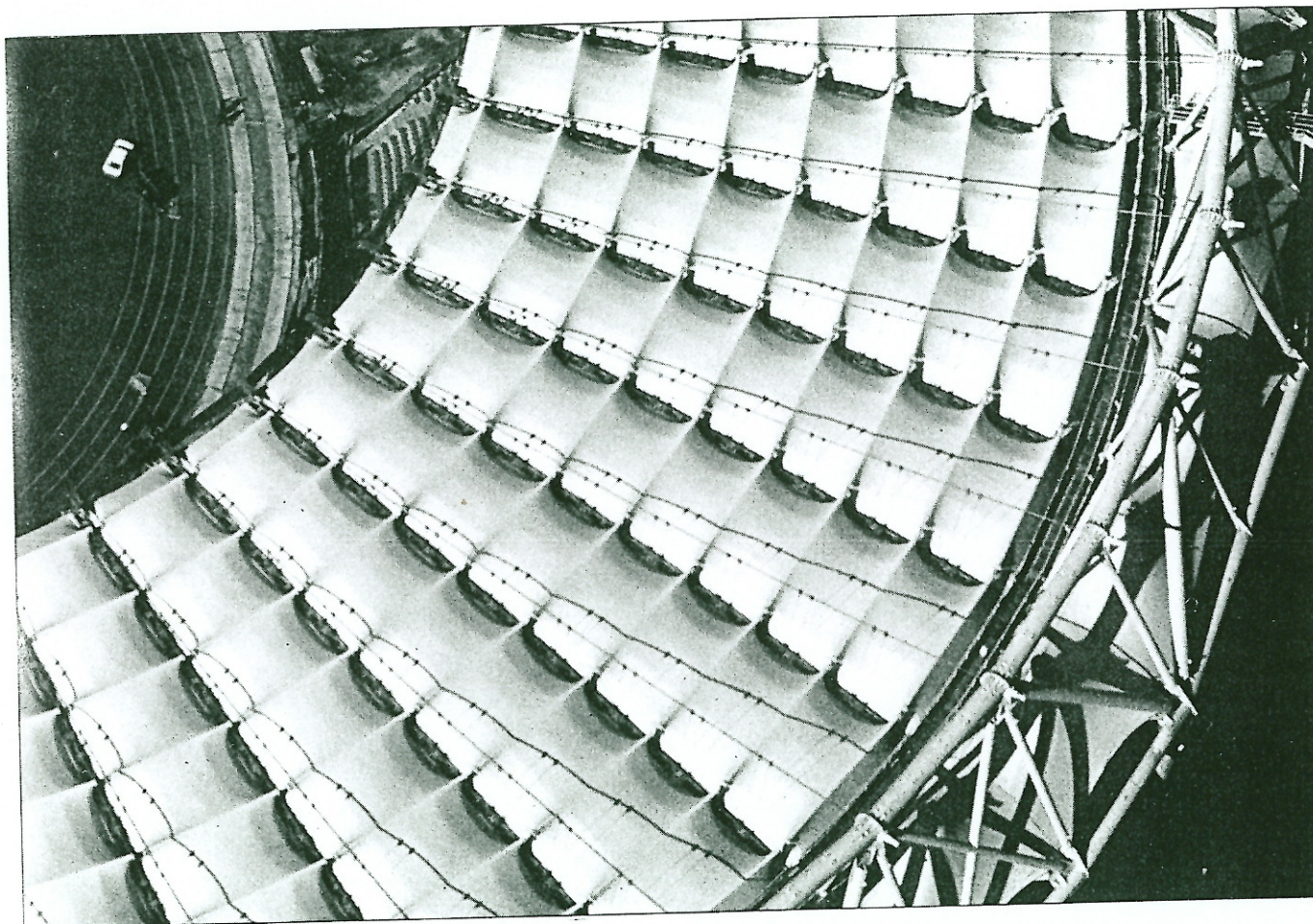
Al sistema di orditura radiale delle tensostrutture piane è associata l'orditura secondaria di supporto del manto di copertura. Le travi sono sospese al livello della fune stabilizzante, vincolate in semplice appoggio, e sono realizzate con un traliccio reticolare. Il manto di copertura appoggiato e collegato all'estradosso delle travi secondarie tubolari ad orditura parallela è costituito da una membrana in fibra di vetro spalmata con P.T.F.E. (Teflon).

The cable trusses are variously sized, and form two groups, depending on their state of stress and deformation. The main geometrical and mechanical features of the cable truss system are explained afterwards.

All of the cables are of a full-lock and/or open spiral type and are galvanized (class B). The main wires have an elementary strength of  $1600\text{ N/mm}^2$ .

The radial cable truss is combined with a secondary frame which supports the roof covering: girders supported by a simple bearing system are suspended at the same level as the stabilizing cables, forming a reticular truss.

The roof covering, which is supported by and fastened to the extrados of the secondary girders, is made of a fiberglass membrane coated with P.T.F.E. (Teflon).



#### *Anello interno circolare policentrico*

L'anello interno, che ha la funzione principale di equilibrare, in un sistema locale chiuso, gli sforzi orizzontali trasmessi dalle tenso radiali, è configurato geometricamente in pianta da due archi di cerchio aventi rispettivamente  $165,89\text{ m}$  e  $52,69\text{ m}$  di raggio.

L'anello è costituito da 12 funi  $\varnothing 87\text{ mm}$  a formazione spiroidale, zincate, chiuse, disposte su un piano orizzontale a quota  $+29\text{ m}$ , distanziate tra loro in modo da disporre, in sezione, la traccia dei loro baricentri su una linea circolare di circa  $1\text{ m}$  di diametro, allo scopo di permettere un funzionale collegamento con le tenso radiali.

#### *Anello esterno di ancoraggio*

Le funi portanti e stabilizzanti si ancorano esternamente su un anello reticolare spaziale a configurazione circolare policentrica in pianta, di dimensioni massime esterne di  $307,94\text{ m}$  per il diametro maggiore e  $237,28\text{ m}$  per il diametro minore.

#### *Polycentric inner ring*

The inner ring, whose main function is to balance horizontal stresses transmitted by the radial trusses within a closed local system, is geometrically shown on the plan as two arcs with radii of  $165.89\text{ m}$  and  $52.69\text{ m}$  respectively.

The ring consists of 12 spiral, galvanized, full-lock coil cables,  $\varnothing 87\text{ mm}$ , arranged on a horizontal plane at a height of  $+29\text{ m}$ , and positioned so that, if viewed in cross-section, their barycentre points form a circle with an approximately  $1\text{ m}$  diameter. The aim of the structure is to allow for practical connection with the radial cable trusses.

#### *Outer anchorage ring*

The load-bearing and stabilizing cables are anchored around the outside to a space framed reticular ring, appearing as a polycentric circle on the plan with maximum external dimensions of  $307.94\text{ m}$  for the larger diameter, and  $237.28\text{ m}$  for the smaller one.

La sezione, triangolare, è formata da un corrente superiore in tubolare di acciaio Fe 510 C di 1 400 mm, di diametro e spessore variabile tra 70 e 60 mm, disposto a quota + 36,49 m e da correnti inferiori a quote + 23,99 m e + 25,89 m, realizzati con tubolari di 1 000 mm di diametro e di spessore variabile tra 16 e 18 mm. Le dimensioni di ingombro del triangolo, misurate agli assi, sono di 10,50 m alla base e di 12,50 m in altezza. Spazialmente l'anello è reticolare nelle sue facce mediante aste di parete (montanti e diagonali). Diagonali e montanti sono realizzati con tubi di 609,6 ÷ 409,8 mm di diametro e di spessore 10 e 8 mm rispettivamente.

I raggi generatori in pianta sono:

$$R_1 = 212,10 \text{ m}, R_2 = 222,60 \text{ m}, R_3 = 98,90 \text{ m}, R_4 = 109,40 \text{ m}.$$

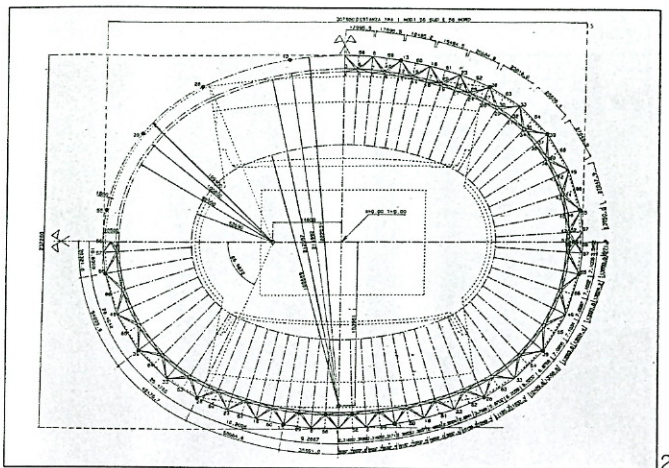


Fig. 2. Vista in pianta dello schema unifilare con indicazione dei parametri generatori della geometria del sistema strutturale.

Fig. 3. Vista assometrica del modello geometrico-matematico utilizzato per l'analisi statica e dinamica del sistema strutturale di copertura.

### Modello geometrico-meccanico: lo Stato «0»

La modellazione geometrica è stata ottenuta, sfruttando gli assi di simmetria della struttura, per un quarto della struttura mediante il metodo classico di ricerca dello Stato «0», tipico delle tensostrutture.

Fissato un certo livello di pre-sollecitazione su un insieme di nodi e aste la cui topologia è illustrata in fig. 3, la ricerca della configurazione geometrico-tensionale iniziale viene eseguita usufruendo delle condizioni di equilibrio per ogni nodo interno secondo il modello matematico seguente:

$$\sum_i \vec{S}_{ki}^0 + \vec{P}_k^0 = 0$$

dove:

$\vec{S}_{ki}^0$  = sforzo nell'asta  $k_i$  generica in Stato «0»

$\vec{P}_k^0$  = carico applicato al nodo  $k$  in Stato «0».

La sommatoria è estesa a tutte le aste concorrenti in  $k$ . La configurazione geometrica finale è stata visualizzata nelle figg. 4 e 5.

Le caratteristiche geometriche e meccaniche delle tensostrutture formanti un quarto d'anello sono contenute nella Tabella 1.

Per le combinazioni di carico simmetriche viene considerato un modello geometrico di 1/4 di struttura (nodi e aste). Per le combinazioni non simmetriche si considera 1/2 di struttura (con simmetria secondo l'asse  $x$  e secondo l'asse  $y$ ) (fig. 6).

The ring has a triangular section, comprising an upper chord made of tubular steel Fe 510 C with a 1400 mm diameter and thickness of 70-60 mm, positioned at a height of + 36.49 m, and of two lower joists at + 23.99 m and 25.89 m, made of tubular steel with a 1000 mm diameter and thickness of 16 - 18 mm. The overall dimensions of the triangle, measured along the axes, are 10.50 m along the base and 12.50 m, in height.

The faces of the ring are reticulated by shafts (uprights and diagonal braces). The braces and uprights are made of tubes with a 609.6 ÷ 409.8 mm diameter and thicknesses of 10 and 8 mm respectively.

The generating radii on the plan are:

$$R_1 = 212,10 \text{ m}, R_2 = 222,60 \text{ m}, R_3 = 98,90 \text{ m}, R_4 = 109,40 \text{ m}.$$

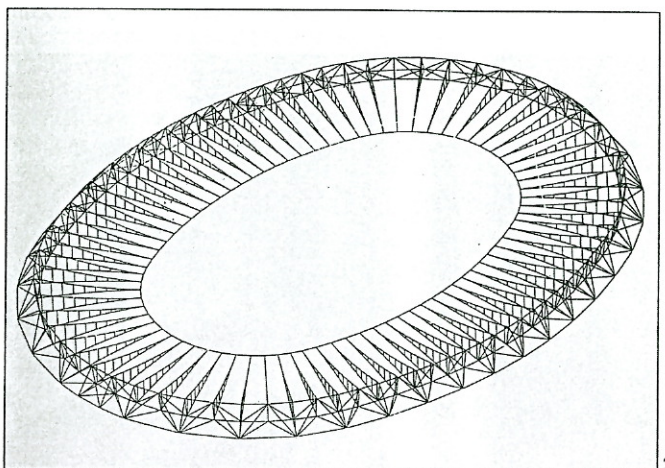


Fig. 3. Plan view of the structural axes layout with indication of the parameters from which the geometry of the whole structural system is generated.

Fig. 3. Axonometric view of the geometric-mathematical model used for static and dynamic analysis of the roof's structural system.

### Geometric-mechanical model: the «0» State

The geometric model for a quarter of the structure was attained, using the structure's axes of symmetry, by means of the classic «0» state research method which is typically employed for cable trusses.

After setting a certain prestress level on a group of truss member — whose topology is shown in fig. 3, preliminary research into the geometric-stress configuration was carried out, using the equilibrium condition of each inner joint, according to the following mathematical model:

$$\sum_i \vec{S}_{ki}^0 + \vec{P}_k^0 = 0$$

were:

$\vec{S}_{ki}^0$  = force vector in generic element  $k_i$  in the «0» State

$\vec{P}_k^0$  = load vector applied to joint  $k$  in the «0» State.

Summation is extended to all of the elements joining  $k$ . The final geometric configuration is depicted in figs. 4 and 5.

The geometric and mechanical features of the cable trusses forming a quarter of the ring are expressed in Table 1.

For symmetrical load combinations, a geometric model of a quarter of the structure (joints and elements) is considered. For asymmetrical combinations, a half of the structure is considered (with symmetry about the  $x$  and  $y$  axes) (fig. 6).

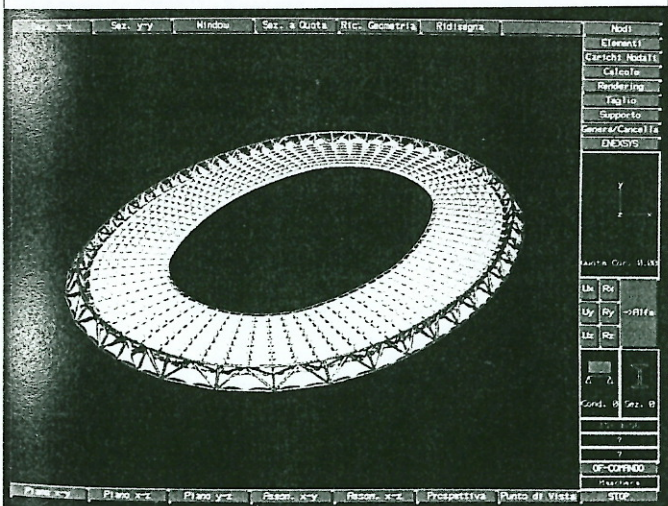
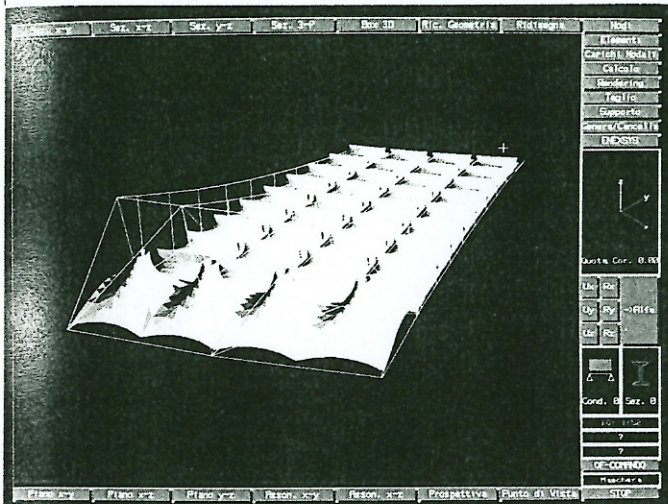
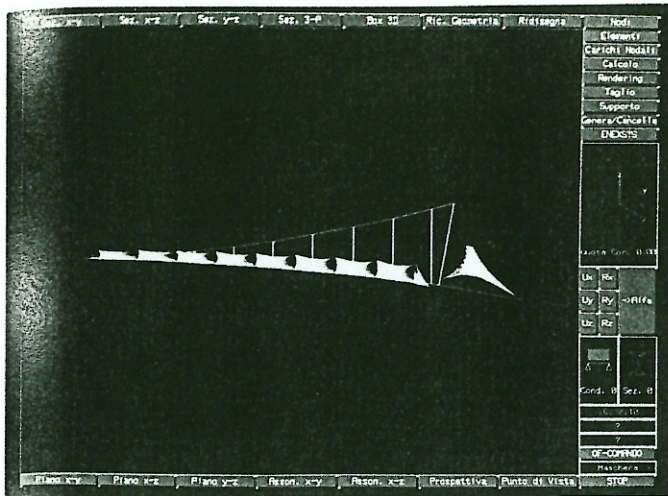
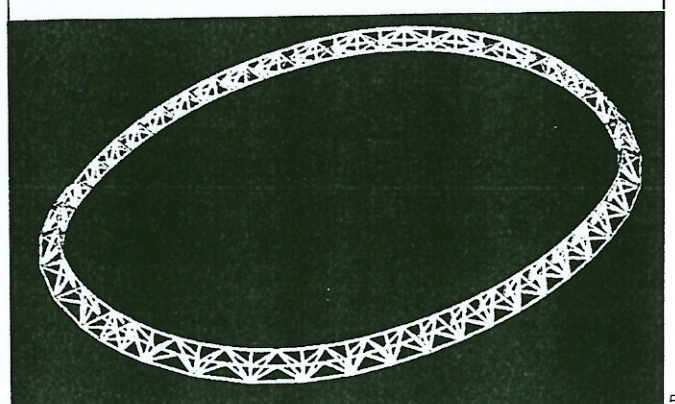
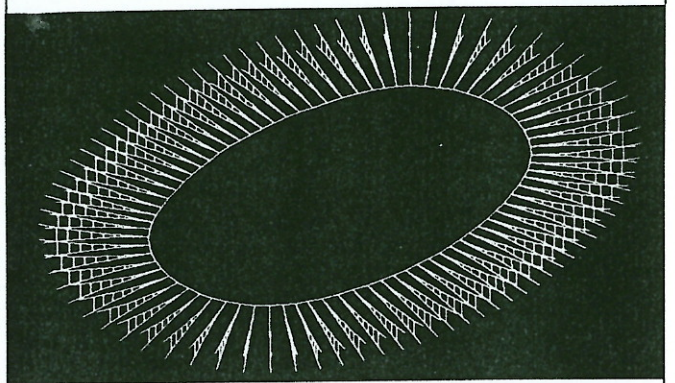
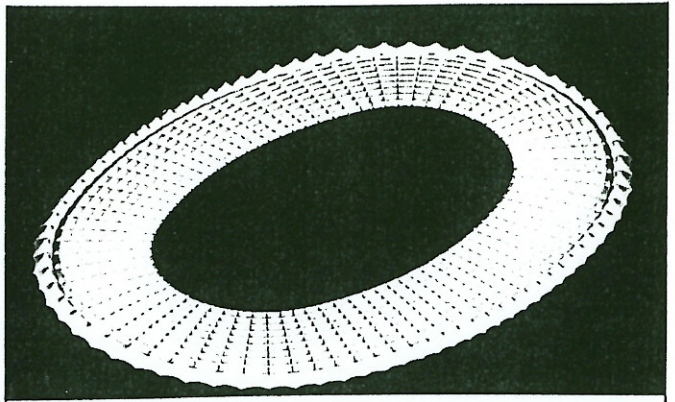


Fig. 4. Sequenza interattiva di progetto assistita da calcolatore (CAD): sezione radiale - vista prospettica di 4 moduli radiali - vista prospettica del sistema di copertura.

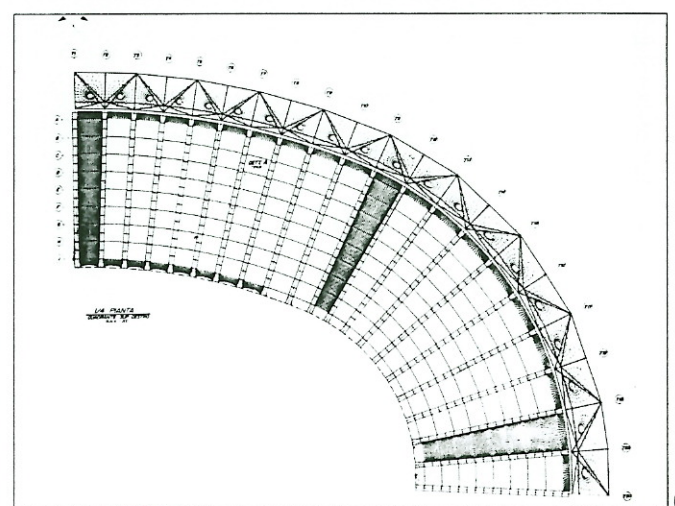
Fig. 5. Elementi costruttivi principali del sistema di copertura. Dal basso: anello reticolare esterno - sistema tensostrutturale - sistema di copertura in P.T.F.E. (Teflon).

Fig. 4. Interactive sequences of the project (CAD): radial section - perspective view of 4 radial elements - general perspective view of the roofing system.

Fig. 5. Main structural members of the roofing system seen from below: external reticular ring - cable-truss system - P.T.F.E. (Teflon) covering.



5



6

Fig. 6. Vista in pianta del quadrante superiore destro del sistema di copertura.

Fig. 6. Plan view of the upper right quadrant of the roofing system.

## Le variazioni di stato: il modello matematico

### L'analisi statica

Lo stato di sollecitazione nella tensostruttura in conseguenza delle varie fasi di carico statico considerate è analizzato mediante il programma «TENSO» che risolve la maglia nodi-aste equivalente mediante il metodo dell'equilibrio seguendo quanto espresso in forma sintetica dalla:

$$[K] \cdot \{\delta_k\}^r = \{P_k\} - \{P_k\}^{r-1}$$

dove:

$[K]$  = matrice di rigidità globale

$$([K] = [K_g] + [K_e])$$

$\{\delta_k\}^r$  = vettori degli spostamenti ottenuti alla r-esima iterazione

$\{P_k\}$  = carico applicato al nodo k

$\{P_k\}^{r-1}$  = carico fittizio dei termini non lineari.

La matrice di rigidità riferita al sistema globale (fig. 7) è espressa dalla relazione:

## Variations in state: mathematical model

### Statical analysis

The state of stress in the cable truss, as a result of the various phases of static load considered, is analyzed using the «TENSO» program which works out the equivalent joint-element mesh by means of the equilibrium method, using the following condensed formula:

$$[K] \cdot \{\delta_x\}^r = \{P_k\} - \{P_k\}^{r-1}$$

where:

$[K]$  = global stiffness matrix

$$([K] = [K_g] + [K_e])$$

$\{\delta_k\}^r$  = vectors of displacement at the r-iterative step

$\{P_k\}$  = load applied to joint k

$\{P_k\}^{r-1}$  = dummy load of nonlinear terms.

The stiffness matrix referring to the global system (fig. 7) is expressed by:

$$[K_g + K_e] = \frac{AE}{l} \begin{bmatrix} \bar{1} & \bar{2} & \bar{3} & \bar{4} & \bar{5} & \bar{6} \\ \frac{S^\circ}{AE} + c_x^2 & c_x c_y & c_z c_x & -\frac{S^\circ}{AE} - c_x^2 & -c_x c_y & -c_z c_x \\ c_x c_y & \frac{S^\circ}{AE} + c_y^2 & c_z c_y & -c_x c_y & -\frac{S^\circ}{AE} - c_y^2 & -c_z c_y \\ c_z c_x & c_z c_y & \frac{S^\circ}{AE} + c_z^2 & -c_x c_z & -c_y c_z & -\frac{S^\circ}{AE} - c_z^2 \\ -\frac{S^\circ}{AE} - c_x^2 & -c_x c_y & -c_x c_z & \frac{S^\circ}{AE} + c_x^2 & c_y c_x & c_x c_z \\ -c_x c_y & -\frac{S^\circ}{AE} - c_y^2 & -c_z c_y & c_x c_y & \frac{S^\circ}{AE} + c_y^2 & c_z c_y \\ -c_z c_x & -c_z c_y & -\frac{S^\circ}{AE} - c_z^2 & c_x c_z & c_y c_z & \frac{S^\circ}{AE} + c_z^2 \end{bmatrix}$$

dove:  $S^\circ$  = sforzo di presollecitazione

$c_x$  = coseno direttore dell'asta secondo x

E = modulo elastico dell'asta

A = area dell'asta.

dove:  $S^\circ$  = prestress force

$c_x$  = direction cosine of the element about x

E = modulus of elasticity

A = cross section area.

Tabella 1 - Elenco dimensionamento esecutivo della tensostruttura.

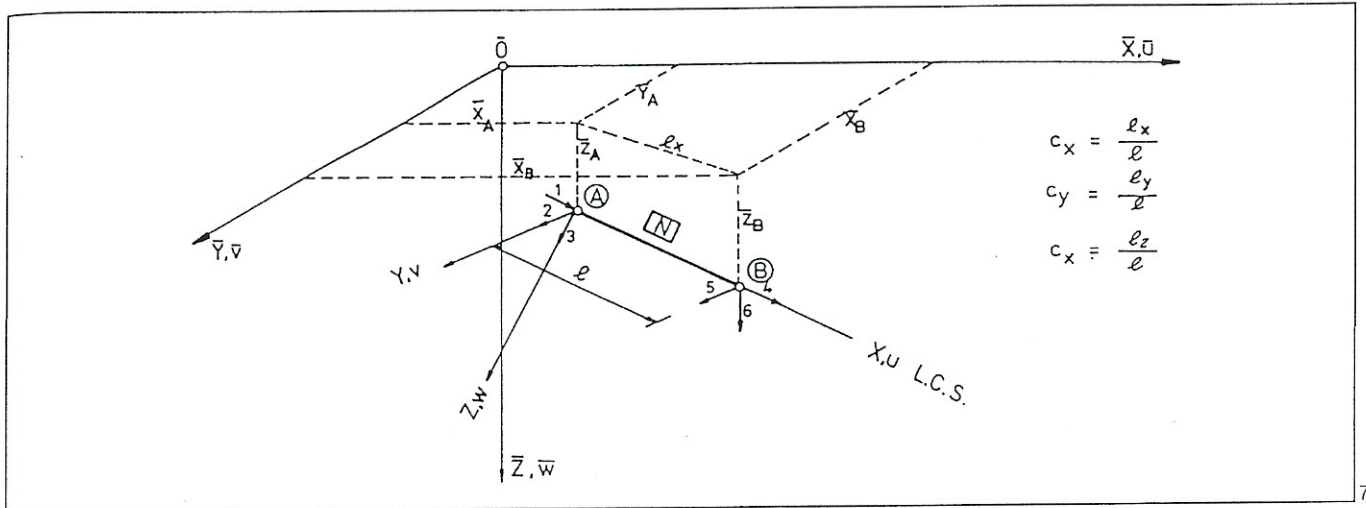
Table 1 - List of dimensions of the cable truss.

Pos.	Ø mm	A [cm <sup>2</sup> ]	L fune [m] cable L [m]	N. pezzi N. pieces	p [kg/m] p (weight) [kg/m]	P <sub>tot</sub> [t] tot weight [t]	Capocorda Cable terminal
Port./L-bearing 1 ÷ 10	64	27.50	55.20	38	23.01	48.26	F + R
Port./L-bearing 11 ÷ 20	87	52.11	55.20	40	43.50	96.05	F + R
Stab. 1 ÷ 10	47	14.77	52.80	38	12.33	24.74	F + R
Stab. 11 ÷ 20	74	37.91	52.80	40	31.77	67.10	F + R
Anello/Ring	N*12-87	625	116.50	4	522	243.21	F + F
Pendini/Hangers	2Ø19	3.94	media 4.00	1248	4	19.97	F + F

F = Fisso/Fixed                      R = Regolabile/Adjustable                      P<sub>tot</sub> = 500 t

Il procedimento numerico di risoluzione adottato per il sistema di equazioni non lineari che deriva dall'assemblaggio delle matrici elementari è di tipo semi-incrementale per quanto riguarda i carichi e la non linearità materiale; mentre è di tipo iterativo per quanto attiene alla non linearità geometrica. La tensostruttura per definizione non ammette stato di sollecitazione di compressione ( $S < 0$ ). Ad ogni incremento di carico, il programma controlla le sollecitazioni per ogni asta e, in caso di  $S_{ki} < 0$ , l'asta viene tolta con opportuna modifica della matrice locale di rigidezza tangente.

The numerical process used to solve the system of nonlinear equations derivign from assembly of the elementary matrices is of a semi-incremental type where loads and material nonlinearity are concerned, and of an iterative type where geometrical nonlinearity is concerned. The cable system does not, by definition, allow for a state of compressive stress ( $S < 0$ ). Each time that a load increment is made, the program checks the stresses on each element, and if  $S_{ki} < 0$ , is removed and the local tangent stiffness matrix is accordingly changed.



- Interazione strutturale - Il programma di calcolo

- Structural Interaction - The calculation program

Per quanto riguarda l'interazione elastica ed anelastica tra il sistema tensostrutturale e le strutture d'ancoraggio (anello reticolare) si è adottato il metodo di risoluzione della sottostrutturazione. Mediante questo metodo è possibile risolvere i due sistemi strutturali interagenti separatamente. Consideriamo le sottostrutture I (tensostruttura) e II (struttura d'ancoraggio) collegate tra di loro nell'insieme dei punti B (nodi d'ancoraggio). Separando gli spostamenti si ha:

Where elastic and non elastic interaction between the cable system and anchorage structures (reticulated ring) is concerned, the sub-structuring solution method has been adopted. This method makes it possible to separately solve the two interacting structural systems. Let's consider that sub-structures I (cable system) and II (anchorage structure) are linked together in the group of B points (anchorage joints). By separating the displacements, we obtain the following equation:

$$\begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AB} & \vdots & 0 \\ K_{AB}^T & K_{BB} & \vdots & G_B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & -G_B^T & \vdots & F \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta_A \\ \delta_B \\ \vdots \\ X \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_A \\ P_B \\ \vdots \\ \delta \end{pmatrix}$$

- dove:
- [K] = matrici di rigidezza della sottostruttura I relative ai nodi di tipo A (interni) e B (di bordo)
  - [F] = matrice di flessibilità della sottostruttura II
  - [G] = matrice di accoppiamento tra I e II
  - $\delta_A, \delta_B$  = vettori di spostamento in I
  - X = forze indeterminate o di bordo
  - $P_A, P_B$  = termini di carico in I
  - $\delta$  = termini di spostamento in II

- where:
- [K] = stiffness matrix of sub-structure I in relation to type A (inner) and type B boundary joints.
  - [F] = Flexibility matrix of sub-structure II
  - [G] = coupling matrix between I and II
  - $\delta_A, \delta_B$  = vectors of displacement in I
  - X = indeterminate or boundary forces
  - $P_A, P_B$  = load terms in I
  - $\delta$  = displacement terms in II

Fig. 7. Elemento tipo fune nel sistema di riferimento globale.

Fig. 7. Cable-type element in global frame of reference.

La risoluzione si può ottenere in termini di spostamenti (metodo dell'equilibrio) considerando:

The solution in terms of displacement (equilibrium method) may be attained by considering:

$$\begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AB} \\ K_{AB}^T & K_{BB}^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \delta_A \\ \delta_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_A \\ P_B^* \end{pmatrix}$$

con:

$$K_{BB}^* = K_{BB} + G_B F^{-1} G_B^T$$

with:

$$K_{BB}^* = K_{BB} + G_B F^{-1} G_B^T$$

e:

$$P_B^* = P_B - G_B F^{-1} \delta$$

and:

$$P_B^* = P_B - G_B F^{-1} \delta$$

dove sono da interpretarsi, rispettivamente, quali matrici di rigidezza e vettore dei carichi, trasformati dall'effetto degli spostamenti dei nodi comuni a I e II di tipo B, equivalente alla condensazione statica della sottostruttura II. In campo non lineare, dove è necessario agire per via iterativa e/o incrementale, le espressioni precedenti suggeriscono di adottare un procedimento iterativo di rilassamento sequenziale che comprende le seguenti fasi:

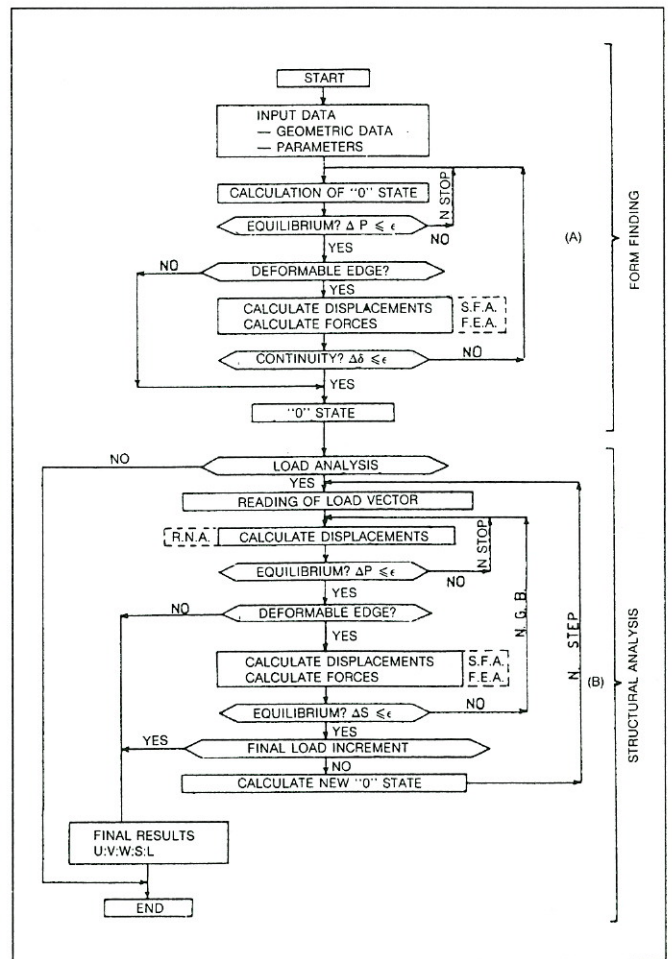
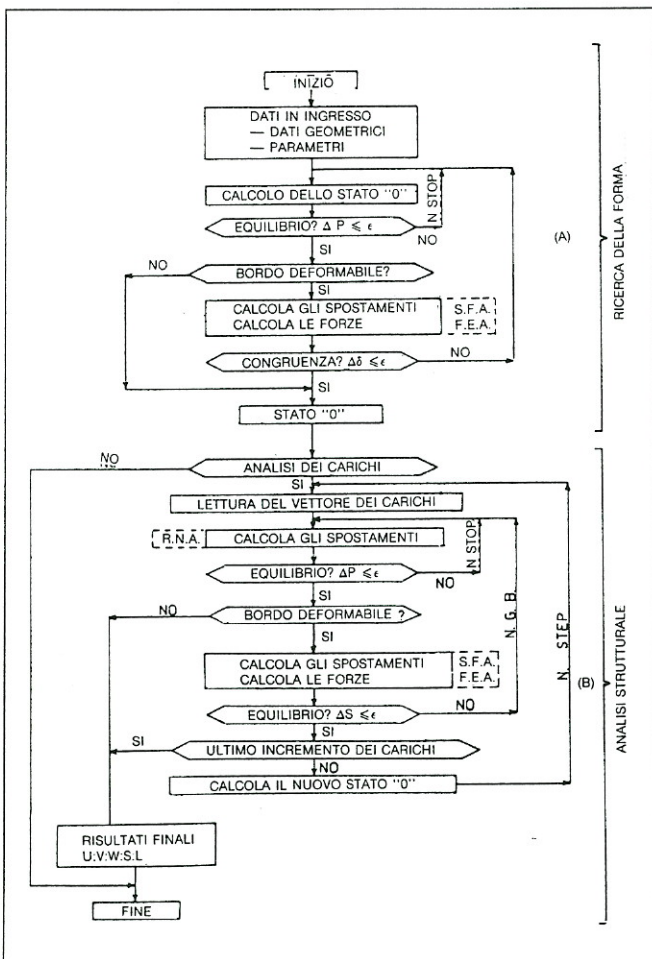
where the stiffness matrices and load vector are to be interpreted respectively as stiffness matrix and load vector, transformed by the effect of the displacements of type B joints at I and II. This procedure is equivalent to the static condensation of sub-structure II. Where nonlinearity is concerned, and iterative and/or incremental methods have to be used, previous expressions suggest that an iterative step by step relaxation method be used, comprising the following stages:

- a) calcolo della sottostruttura I e individuazione delle forze trasmesse al bordo B applicate alla sottostruttura II;
- b) calcolo della sottostruttura II con le forze applicate in B e individuazione degli spostamenti di bordo B;
- c) imposizione degli spostamenti impressi in B alla sottostruttura I, calcolo e individuazione della variazione delle forze in B;
- d) ritorno in b);
- e) controllo di convergenza.

- a) calculation of sub-structure I and definition of forces transmitted at edge B and applied to sub-structure II;
- b) calculation of sub-structure II with forces applied in B and definition of displacements of edge B;
- c) input of displacements in B to sub-structure I, calculation and definition of variation of forces in B;
- d) return to b);
- e) convergence check.

La flow-chart del programma indirizzato è illustrata qui di seguito.

The specific automatic program is illustrated, in the following flow-chart.



Ricerca delle caratteristiche dinamiche della struttura -  
Analisi frequenziale

Research into the dynamic characteristics of the  
structure - Frequency analysis

Per ottenere le caratteristiche dinamiche della struttura è stata eseguita una preliminare analisi frequenziale con la tecnica SUB-SPACE ITERATION. L'equazione di frequenza senza smorzamento utilizzata è:

$$\|(K_e + K_g) - \Omega^2 M\| = 0$$

In order to obtain the dynamic characteristics of the structure, a preliminary frequency analysis was carried out with the Sub-Space Iteration method. The frequency equation used, without damping, was:

$$\|(K_e + K_g) - \Omega^2 M\| = 0$$

dove:

- $K_e$  = matrice di rigidezza elastica
- $K_g$  = matrice di rigidezza geometrica
- $M$  = matrice delle masse.

where:

- $K_e$  = elastic stiffness matrix
- $K_g$  = geometrical stiffness matrix
- $M$  = mass matrix.

Sono stati considerati i primi 8 autovalori e modi di vibrare corrispondenti (figg. 8, 9 e 10).

The first 8 eigenvalues and the corresponding modes of vibration were considered (figs. 8, 9 and 10).

L'analisi frequenziale è stata eseguita per tre differenti casi corrispondenti alla presenza dello 0%, 30%, 50% della massa relativa al carico neve.

The frequency analysis was carried out for three different cases, corresponding to the presence of 0%, 30% and 50% of the snow load mass.

Analisi della risposta strutturale -  
Analisi dinamica aleatoria  
nel dominio delle frequenze

Analysis of structural response -  
Random dynamic analysis  
in the frequency domain

In ordine ad eseguire un controllo completo delle caratteristiche dinamiche della struttura è stata elaborata l'analisi dinamica aleatoria modale nel dominio delle frequenze in campo di linearità geometrica.

In order to carry out a complete check of the structures's dynamic characteristics, a linear modal random dynamic analysis in the frequency domain was devised.

Questo metodo di analisi dinamica prevede la determinazione della densità spettrale di potenza della parte fluttuante del vento all'altezza della copertura in esame.

This dynamic analysis method involves determination of the power spectral density of the fluctuating part of the wind at the height of the roofing in question.

In accordo con lo spettro di ESDU si ha:

According to the ESDU spectrum, we have:

$$S_v(n) = 30,85 V/[1 + 337500 \cdot (n/V)^2]^{5/6}$$

$$S_v(n) = 30,85 V/[1 + 337500 \cdot (n/V)^2]^{5/6}$$

dove: n = frequenza.

where: n = frequency.

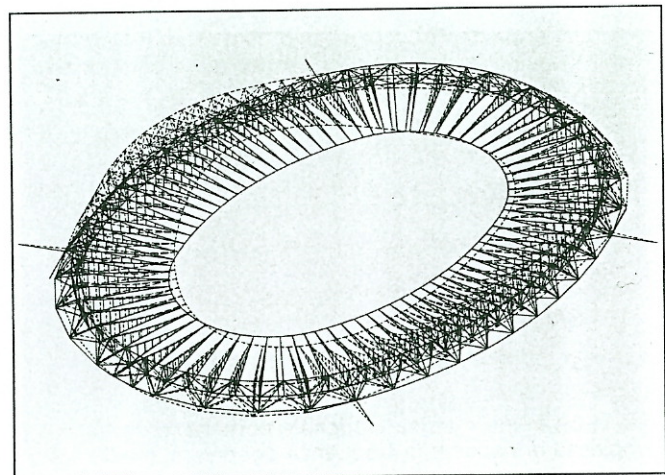
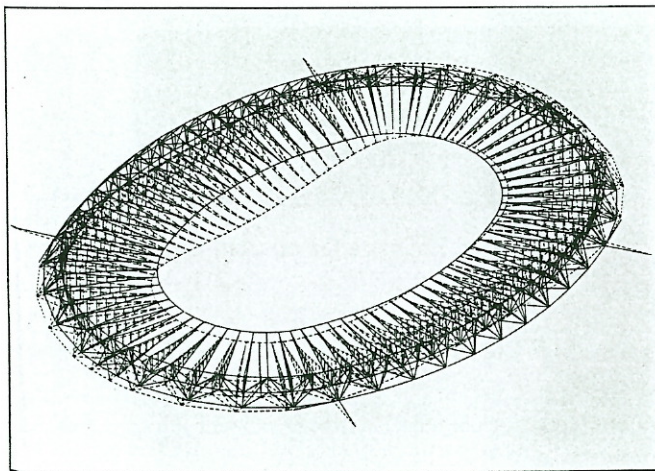


Fig. 8. Vista assonometrica: modo di vibrare 1.

Fig. 8. Axonometric view: mode saape 1.

Fig. 9. Vista assonometrica: modo di vibrare 2.

Fig. 9. Axonometric view: mode saape 2.

L'espressione della densità spettrale correlata (funzione di intercorrelazione spaziale) è:

$$S_{vj}(P_1, P_2, n) = S_v(20, n) \text{Coh}(P_1, P_2, n)$$

Il passaggio alla densità spettrale di potenza della pressione dinamica è fornito dalla:

$$S_{pj}(P_1, P_2, n) = C^2 \rho^2 V^2 S_v(P_1, P_2, n)$$

La DSP, in termini di forze nodali, è espressa dalla:

$$S_{ij}(P_1, P_2, n) = S_p(P_1, P_2, n) A_j^2$$

La matrice  $S_{ij}$  risulta essere una matrice NxN per ogni frequenza considerata, con  $A_j$  = area di influenza del nodo j.

The expression of correlated spectral density (function of spatial correlation) is:

$$S_{vj}(P_1, P_2, n) = S_v(20, n) \text{Coh}(P_1, P_2, n)$$

The power spectral density of dynamic pressure is attained by:

$$S_{pj}(P_1, P_2, n) = C^2 \rho^2 V^2 S_v(P_1, P_2, n)$$

The PSD, in terms of nodal forces, is expressed by:

$$S_{ij}(P_1, P_2, n) = S_p(P_1, P_2, n) A_j^2$$

The  $S_{ij}$  matrix is shown to be an  $N \times N$  matrix for all frequencies considered, with  $A_j$  = area of influence of joint j.

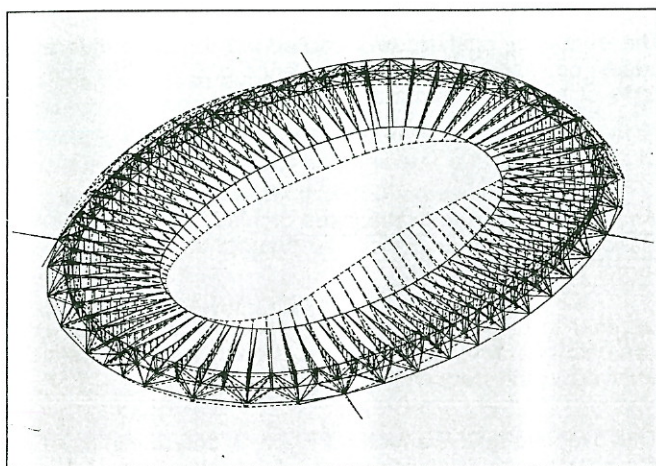


Fig. 10. Vista assonometrica: modo di vibrare 3.

10 Fig. 10. Axonometric view: mode saape 3.

- Densità spettrale di potenza delle eccitazioni modali

Facendo uso dell'analisi modale e prendendo in considerazione i primi m modi di vibrare si ha:

$$[S \emptyset (n)] = [\emptyset]^T [S_i] [\emptyset]$$

dove le colonne di  $[\emptyset]$  contengono gli n modi di vibrare presi in considerazione: per ciascun nodo, le componenti verticali degli N nodi della copertura. Le dimensioni della  $[S \emptyset (n)]$  sono  $m \times m$ .

- Densità di potenza degli spostamenti

Il passaggio dalla DSP dell'eccitazione modale alla DSP degli spostamenti nodali è fornito dalla:

$$[S\delta (n)]_{m \times m} = [H^* (n)] [S \emptyset (n)] [H (n)]$$

dove  $H (n)$  è una matrice diagonale contenente le funzioni complesse di risposta in frequenza dei diversi modi considerati e  $H^* (n)$  è la sua complessa coniugata. L'espressione delle risposte in frequenza è

$$H (i\Omega) = 1/[K_m [1 + 2 i\lambda_m (n/nm) - (n/nm)^2]]$$

$$H^* (-i\Omega) = 1/[K_m [1 - 2 i\lambda_m (n/nm) - (n/nm)^2]]$$

- Modal power spectral density

By using modal analysis and considering the first m vibration modes, we have:

$$[S \emptyset (n)] = [\emptyset]^T [S_i] [\emptyset]$$

where the  $[\emptyset]$  columns contain the n vibration modes considered: for each joint, the vertical components of the N. joints of the structural system. The dimensions of the  $[S \emptyset (n)]$  are  $m \times m$ .

- Power spectral density of the displacements

Joint displacement PSD is attained from modal PSD in the following way:

$$[S\delta (n)]_{m \times m} = [H^* (n)] [S \emptyset (n)] [H (n)]$$

where  $H(n)$  is a diagonal matrix containing the complex frequency response functions of the various modes considered, and  $H^* (n)$  is its complex conjugate. The expression of the frequency responses is:

$$H (i\Omega) = 1/[K_m [1 + 2 i\lambda_m (n/nm) - (n/nm)^2]]$$

$$H^* (-i\Omega) = 1/[K_m [1 - 2 i\lambda_m (n/nm) - (n/nm)^2]]$$



- Risposta generalizzata - spostamenti - sollecitazioni

La risposta generalizzata degli spostamenti si ottiene passando dal rango mxm a quello dei gradi di libertà globali 3Nx3N. Si ha così per gli spostamenti reali:

$$[S_G(n)] = [\emptyset] [S_g(n)] [\emptyset]^T$$

dove in  $[\emptyset]$  sono contenuti tutti i modi. La risposta generalizzata sulle sollecitazioni in un numero generico di elementi si ottiene eseguendo l'operazione matriciale:

$$[S_{M e}(n)] = [K_e] [S_g(n)]^* [K_e]^T$$

nella quale  $[S_g(n)]^*$  è una sottomatrice elementare della  $[S_g(n)]$ .

- Massimi della risposta dinamica

L'ipotesi che le fluttuazioni della pressione siano assimilabili ad un processo aleatorio stazionario e gaussiano consente di trattare come tale anche il processo di risposta. Nota, infatti, la matrice delle densità spettrali di potenza  $[S_g(n)]$  delle componenti di movimento, le grandezze statistiche afferenti queste ultime si valutano come segue:

- deviazione standard:

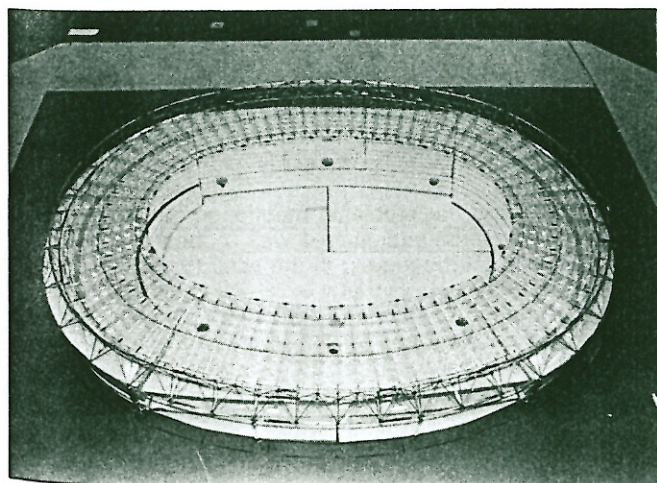
$$\sigma_{Gi} = \left\{ \int_0^{+\infty} S_{Gii}(n) dn \right\};$$

- fattore di picco:

$$g_{Gi} = \sqrt{2} \ln(\nu_{Gi} T) + 0,5772/\sqrt{2} \ln(\nu_{Gi} T);$$

essendo  $T = 10$  min la durata convenzionale dell'azione del vento sulla copertura;  $\nu_{Gi}$  è la «frequenza attesa» del processo di risposta e vale

$$\nu_{Gi} = \left[ \int_0^{+\infty} n^2 S_{Gii}(n) dn \right] / \int_0^{+\infty} S_{Gii}(n) dn;$$



11

Fig. 11 e 12. Modello della copertura ripresa nel corso delle indagini sperimentali nella Galleria del Vento dell'Università del Western Ontario (Canada).

- Generalized response - displacements - stresses

The generalized response of the displacements is obtained by passing from the mxm rank to the rank of the global degrees of freedom  $3N \times 3N$ . Thus, for real displacements:

$$[S_G(n)] = [\emptyset] [S_g(n)] [\emptyset]^T$$

where all of the modes are included in  $[\emptyset]$ . The generalized response to stresses in a generic number of elements is obtained by carrying out the following matrix calculation:

$$[S_{M e}(n)] = [K_e] [S_g(n)]^* [K_e]^T$$

in which  $[S_g(n)]^*$  is an elementary submatrix of  $[S_g(n)]$ .

- Maximums of the dynamic response

The hypothesis that pressure fluctuations are considered to be a stationary, Gaussian random process, means that they may also be treated as such in the response process. Known the power spectral density matrix  $[S_g(n)]$  of the movement components - the statistical quantities relating to the latter are assessed as follows:

- standard deviation:

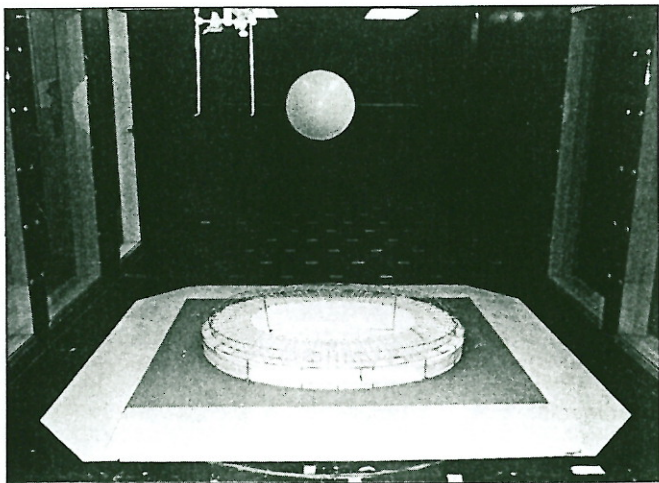
$$\sigma_{Gi} = \left\{ \int_0^{+\infty} S_{Gii}(n) dn \right\};$$

- peak factor:

$$g_{Gi} = \sqrt{2} \ln(\nu_{Gi} T) + 0,5772/\sqrt{2} \ln(\nu_{Gi} T);$$

where  $T = 10$  min., the conventional duration of wind action on the roof;  $\nu_{Gi}$  is the «expected frequency» of the response process, equal to:

$$\nu_{Gi} = \left[ \int_0^{+\infty} n^2 S_{Gii}(n) dn \right] / \int_0^{+\infty} S_{Gii}(n) dn;$$



12

Fig. 11 and 12. Model of the roofing solution photographed during experimental research in the Wind Tunnel at Western Ontario University (Canada).

la parte fluttuante degli spostamenti mediamente probabili è data da:

$$[G]_{fi} = \pm g_{Gi} \sigma_{Gi}$$

Il valore medio dei massimi dinamici per  $DT = 10$  min, sommato alla risposta statistica relativa alla pressione media, costituisce il valore di verifica per lo stato di esercizio.

#### - Utilizzo degli spettri sperimentali

Non essendo note le espressioni analitiche degli spettri (pressioni) sperimentali di ingresso del vento, si è ritenuta lecita la seguente approssimazione: considerato il ramo discendente della curva sperimentale relativo al campo di funzionamento meccanico della struttura, si è costruita una curva approssimante detto ramo del tipo

$$y = a x^b,$$

essendo  $x$  la variabile frequenza,  $a$  e  $b$  sono coefficienti numerici che definiscono, in coordinate bilogaritmiche, la retta di approssimazione. Ad esempio, considerato un angolo di ingresso del vento di  $0^\circ$ , lo spettro relativo al campo di frequenze 0.1-1.0 Hz viene sostituito dalla curva:

$$f_x S(n) = 330 \times 10^{-6} f^{-1.60}$$

Analoghe considerazioni valgono per la zona compresa fra 0,01 e 0,1 Hz.

Tutti gli spettri sono forniti a meno di una costante moltiplicativa che è pari a  $(1/2 \rho V)^2$ , che nel caso in esame vale  $2,73 \times 10^3$ .

Gli spettri sperimentali sono 30. Così ad esempio, considerato nuovamente il caso di ingresso del vento di  $0^\circ$ , si conoscono 15 spettri relativi alla parte di copertura sottostante l'asse x-x ed altri 15 situati sopra detto asse, ma relativi ad un angolo di ingresso pari a  $180^\circ$ . L'intera copertura è stata suddivisa in 78 pannelli. Per i pannelli privi di informazione è stata effettuata un'interpolazione con pannelli contigui.

#### - Controllo sperimentale della DSP delle forze generalizzate

È noto che il modello teorico d'analisi aleatoria nel dominio della frequenza presenta diverse limitazioni riguardanti la definizione dell'azione del vento sulla struttura.

Infatti, a meno di notevoli complicazioni numeriche, è impossibile considerare l'azione  $W(t)$  normale alla direzione del vento che nel caso di strutture sub-orizzontali non è trascurabile. Inoltre la funzione di coerenza ottenibile dalla letteratura tecnica appare non utilizzabile per coperture molto estese.

Per ovviare ai suddetti inconvenienti è stata richiesta un'appropriata indagine sperimentale (figg. 11 e 12), eseguite nella Galleria del Vento, dell'Università Western Ontario.

Le funzioni sperimentali delle DSP e della coerenza sono state diagrammate per 8 settori della copertura. I dati elaborati sono stati utilizzati per l'analisi dinamica. In fig. 13 è possibile comparare la DSP teorica e quella sperimentale per un pannello tipico di copertura.

Figg. 13, 14 e 15. Confronto fra spettri teorici e sperimentali del vento (13). Risposta dello spostamento verticale nel modo 1 (14). Spettro di risposta dello sforzo normale di una fune portante (15).

and the fluctuating part of the average probable displacements is given by:

$$[G]_{fi} = \pm g_{Gi} \sigma_{Gi}$$

The average value of the dynamic maximums for  $DT = 10$  min., plus the statical response relating to average pressure, gives the check value for the effective state.

#### - Use of experimental spectra

As analytical expressions for the experimental wind (generalized pressures) spectra are not known the following approximation was felt to be justified: considering the descending branch of the experimental curve relating to the structure's mechanical functioning, a curve of the following type, approximating this branch, was drawn:

$$y = a x^b,$$

where  $x$  is the frequency variable and  $a$  and  $b$  are the numerical coefficients which define the line of approximation in (bi) logarithmic coordinates. For example, if we take the wind entry angle to be  $0^\circ$ , the spectrum relating to the frequency range of 0.1-1.0 Hz will be replaced by the following curve:

$$f_x S(n) = 330 \times 10^{-6} f^{-1.60}$$

Analogous considerations hold true for the area between 0.01 and 0.1 Hz.

All of the spectra are given minus a multiplicative constant which is equal to  $(1/2 \rho V)^2$ . In the case in question, the constant equals  $2.73 \times 10^3$ .

There are 30 experimental spectra. Therefore, if we consider wind entry at  $0^\circ$  once more, there are 15 spectra on the part of the roofing below the x-x axis, and another 15 above the axis, but relative to a  $180^\circ$  angle of entry. The whole roof was divided up into 78 panels. For panels without data, interpolation was carried out with adjacent panels.

#### - Experimental check of generalized forces' PSD

It is a known fact that the theoretical model of random analysis in the frequency domain has various limitations with regard to definition of wind action on structures.

In fact, owing to considerable numerical complications, it is impossible to consider  $W(t)$  action perpendicular to wind direction, if in the case of sub-horizontal structures it is still of some importance. Furthermore, the coherence function that may be found in technical literature does not seem to be practical for particularly wide-spanning roofing.

In order to avoid the problems mentioned above, an appropriate experimental survey was requested (figs. 11 and 12), which has been held in the wind tunnel laboratory of Western Ontario University.

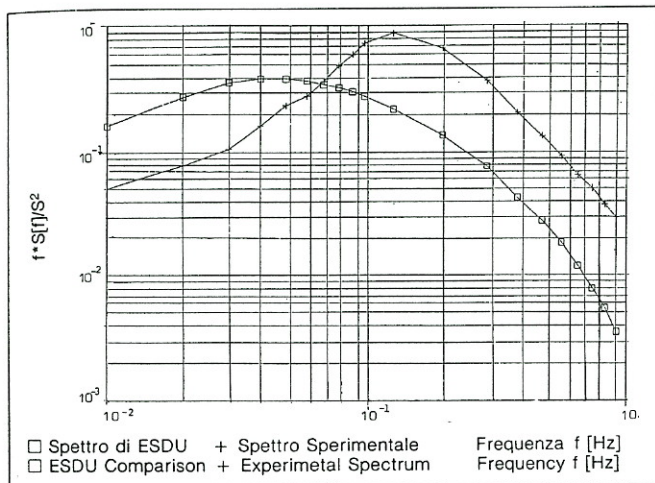
The experimental functions of PSD and coherence were represented on diagrams for 8 sectors of the roof. The processed data was used for the dynamic analysis. In fig. 13 the theoretical and experimental PSD may be compared for a typical roofing panel.

Figs. 13, 14 and 15. Comparison between theoretic and experimental wind spectra (13). Response to vertical displacement of joint 1 (14). Response spectrum of normal strength of load-bearing cables (15).

- Risultati dell'analisi dinamica

Dal confronto fra lo spettro di ESDU e quelli sperimentali si può dedurre che il primo ha un picco, funzione della velocità del vento, che nel nostro caso è situato a 0,05 Hz; i secondi, invece, presentano un picco a 0,1 Hz. Il grafico dello spettro di ESDU, riportato in fig. 13, si presenta già moltiplicato per la funzione di correlazione  $\text{coh}(P_1, P_2, f)$ , che è di tipo esponenziale, essendo  $P_1$  e  $P_2$  nodi appartenenti ad un medesimo pannello della copertura. I coefficienti di decadimento sono stati assunti pari a 2 e 16, con l'intento di indicare un maggiore smorzamento della correlazione in direzione normale alla direzione del flusso medio rispetto alla componente secondo la direzione del flusso stesso.

I risultati numerici dell'analisi dinamica e alcuni spettri ad essi relativi evidenziano che gli effetti dinamici del vento si traducono, sulla copertura in esame, essenzialmente, in pressioni di tipo pseudostatico.



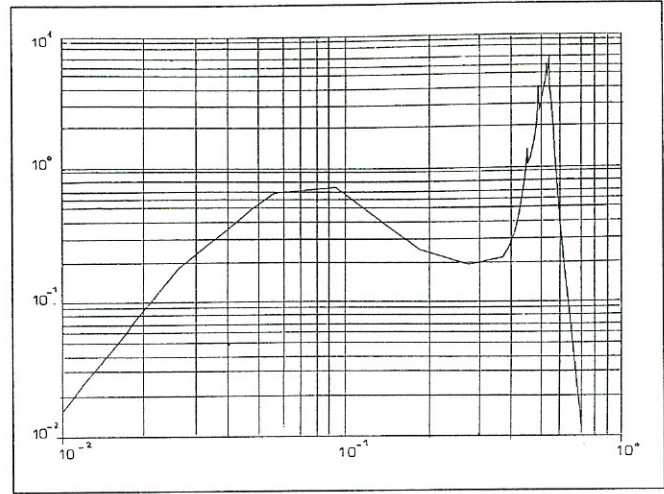
13

In altri termini, la quasi totalità dell'energia prodotta dal vento viene spesa lontano dalla zona di funzionamento meccanico della struttura. Ciò è confermato anche dagli spettri forniti dagli sperimentatori relativi al modello aeroelastico.

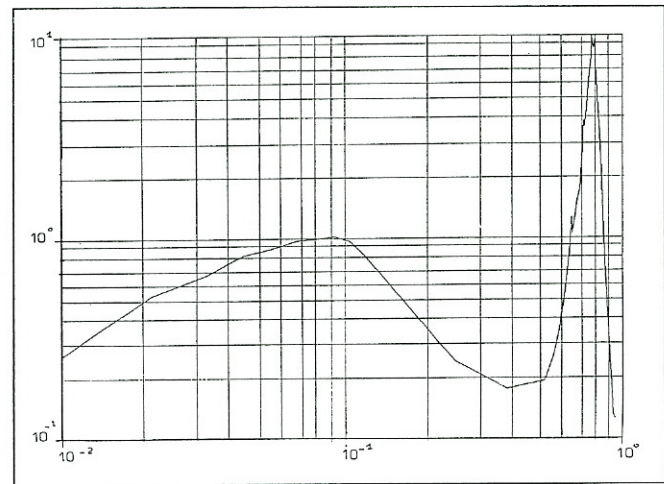
I risultati numerici forniscono per lo spostamento verticale del nodo 1 (equivalente alla locazione 5, definita dagli sperimentatori) un valore della varianza di 0,033 m che, per fattore di picco di 3,51, porta ad un valore della parte fluttuante dello spostamento pari a 0,116 m.

Gli spettri di risposta riportati, dedotti dall'analisi dinamica, si discostano da quelli sperimentali, specie nel campo 0,1 ÷ 1,0 Hz. Ciò è dovuto all'aver trascurato, nella nostra indagine, l'interazione fluido-struttura e aver assunto, a favor di sicurezza, nullo lo smorzamento aerodinamico indipendentemente dalla frequenza. Di seguito sono stati diagrammati gli spettri di risposta di spostamenti e sollecitazioni in posizioni significative della struttura (figg. 14, 15).

Modo Mode	Autovalore Eigenvalue	Frequenza Frequency	Periodo Period
1	9.79224783e + 00	3.12925675e + 00	2.007884
2	1.17491108e + 01	3.42769760e + 00	1.833063
3	1.34743432e + 01	3.67074151e + 00	1.711694
4	1.41655563e + 01	3.76371575e + 00	1.669410
5	1.59285180e + 01	3.99105475e + 00	1.574317
6	1.77308570e + 01	4.21080242e + 00	1.492159
7	2.21803711e + 01	4.70960413e + 00	1.334122
8	2.41319230e + 01	4.91242537e + 00	1.279039
9	2.61072114e + 01	5.10952165e + 00	1.229701
10	2.75590618e + 01	5.24967254e + 00	1.196872



14



15

- Results of the dynamic analysis

From the comparison of the ESDU spectrum and experimental spectra, we may deduce that: the former has a peak - wind speed function - which is located at 0.05 Hz in our case; and that the latter have a peak at 0.1 Hz.

The ESDU spectrum graph, given in fig. 13, is shown already multiplied by the exponential correlation function  $\text{coh}(P_1, P_2, f)$ , where  $P_1$  and  $P_2$  are joints belonging to the same roofing panel. The decay coefficients were assumed as equal to 2 and 16 with the aim of showing greater damping of correlation in a perpendicular direction to the average flow with regard to the component according to the actual flow.

The numerical results of the dynamic analysis and spectra relating to this show that, in the case of the roof in question, the dynamic effects of the wind fundamentally produce pseudostatic type pressures.

In other words, almost all of the energy produced by the wind is consumed far from the structure's area of mechanical functioning. This is also confirmed by spectra provided by experimenters concerning the aeroelastic model. For vertical displacement of joint 1 (equivalent to site 5 defined by the experimenters) the numerical results give a variance value of 0.033 m which, multiplied by the peak factor of 3.51, gives a value of the fluctuating part of the displacement equal to 0.116 m.

The response spectra given, attained through the dynamic analysis, move away from the experimental spectra, especially in the 0,1 ÷ 1,0 Hz range. This is due to the fact that, in our survey, we neglected the aerodynamic damping function, regardless of frequency. Displacement and stress response spectra in important parts of the structure have been represented in diagrams (figs. 14 and 15).

## Progetto ed esecuzione - Plan and execution

Ente Appaltante/Commissioned by:  
Comitato Olimpico Nazionale Italiano (CONI).

Progetto architettonico guida/Architectural guide-plan:  
arch. M. Clerici, ing. M. Michetti, ing. P. Teresi,  
arch. A. Vitellozzi.

Consulenti CONI/CONI Consultants:  
Sezione Architettura: arch. L. Vietti  
Sezione Strutture: prof. L. Finzi  
Sezione Impianti Tecnologici: prof. G. Moncada.

Appaltatore/Contractor:  
Associazione Temporanea fra le Imprese: Cogefar Impresit  
S.p.A. (Mandataria); Consorzio Cooperative Costruzioni;  
Cooperativa Gran Sasso; C.P.C./IGA S.p.a.; Elektra,  
Società per Impianti Elettrici Industriali e Civili S.p.A.;  
IM.CO., Impresa Centrale di Costruzioni S.p.A.

Progettazione/Design:  
Sezione Architettura/Architectural Division:  
arch. P. e J. Zucker E.C.S., Engineering Consulting  
Services.  
Sezione Strutture/Structural Division:  
ing. G. Caloisi (Italprogetti s.r.l.), prof. M. Majowiecki.

Sezioni Impianti tecnologici/Technological Systems  
Division:  
Sitepe S.p.A.; Elektra S.p.A..

Direzione Lavori/Building Management:  
ing. G. Valle.

Collaudi in corso d'opera/Testing in progress:  
Sezione Strutture/Structural Division:  
prof. L. Finzi, ing. G. Chiucini, prof. A. Castellani.

Sezione Impianti Tecnologici/Technological Systems  
Division: prof. A. Fantini.

### Subappaltatori strutture metalliche Subcontractors steel structures

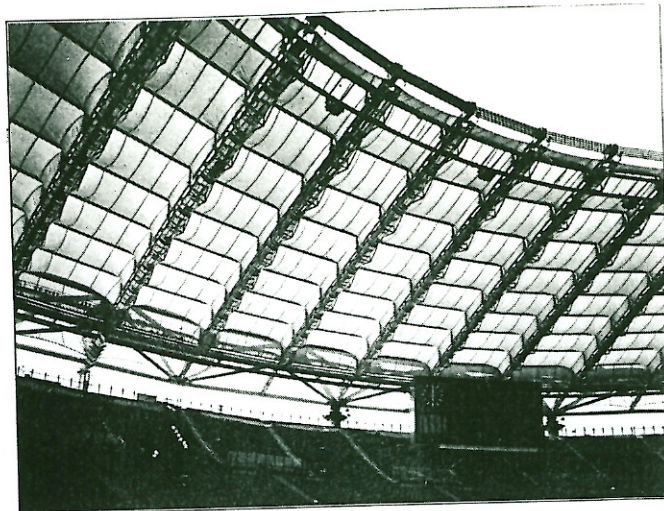
Tensostrutture/Cable structures:  
Redaellitecna, Milano, Tensoteci, Milano.

Carpenteria metallica principale/Main steel structures:  
Belleli, Mantova.

Carpenteria metallica secondaria/Secondary steel  
structures:  
Cimolai, OCML, IMPA, FIM, CMF-Sud.

Ammortizzatori/Vibration absorbers:  
L'Asfalto-Ansani.

Collaborazione per il testo: Centro di Documentazione  
del Consorzio Cooperative Costruzioni, Bologna.  
Foto: Stefano Bertolucci (Mestre), Brancaleone (Roma),  
Chiolini (Pavia), Archivio Montedison.



Figg. 16, 17 e 18. Vista dal campo da gioco della  
copertura in zona curve (16). Vista dall'esterno curva sud  
(17). Panoramica aerea dello Stadio Olimpico (18).

Figs. 16, 17 and 18. View of roof curve from playing field  
(16). View from the outer southern curve (17). Aerial  
panoramic view of the Olympic Stadium (18).

