

EFFETTO DELLE VELOCITÀ RELATIVE SULL'ANALISI DINAMICA DI UNA TENSOSTRUTTURA SOGGETTA ALL'AZIONE DEL VENTO

Massimiliano Lazzari⁽¹⁾, Massimo Majowiecki⁽²⁾, Anna Saetta⁽³⁾, Renato Vitaliani⁽¹⁾

⁽¹⁾ Dip. di Costruzioni e Trasporti, Università di Padova - via Marzolo 9, 35131 Padova

⁽²⁾ Dip. di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti, delle Acque, del Rilevamento e del Territorio, Università di Bologna - viale Risorgimento 2, 40136 Bologna

⁽³⁾ Dip. di Costruzione dell'Architettura, Istituto Universitario di Architettura di Venezia Tolentini S. Croce 191, 30135 Venezia

ABSTRACT: In questo lavoro viene presentata l'analisi della copertura a tensostruttura dello stadio di La Plata soggetta all'azione del vento, nell'ipotesi di tenere conto dell'effetto della velocità relativa vento-struttura. Si considera, inoltre l'azione del vento come carico dipendente dalla deformazione, mediante l'utilizzo di forze follower. I risultati ottenuti vengono confrontati con quelli pubblicati dagli autori in un precedente articolo, nel quale tali effetti erano stati trascurati, evidenziando la diversa risposta sia in termini di spostamenti, che si riducono, sia di tensioni, che evidenziano un minor rischio di perdita di trazione nelle funi.

INTRODUZIONE

L'effetto della velocità relativa vento-struttura sull'analisi dinamica non lineare delle tensostrutture e la descrizione dell'effetto del vento come azione dipendente dalla deformazione sono aspetti fondamentali nello studio di strutture particolari, quali sono le coperture sub-orizzontali di grande dimensione, soprattutto nell'ipotesi di strutture fortemente deformabili. Con riferimento allo studio della copertura dello stadio La Plata in Argentina presentato dagli autori in [1, 2], in questo lavoro vengono eseguite analisi che tengono conto di tali effetti. In particolare l'uso di forze tipo follower [3, 4] introduce un contributo alla rigidità mediante una matrice non simmetrica e quindi richiede l'utilizzo di solutori numerici particolari. Tutto questo porta ad un aumento considerevole dell'onere computazionale sia per l'integrazione diretta nel dominio del tempo sia per la valutazione delle frequenze proprie della struttura, dato che si devono valutare tutte le frequenze ed a posteriori ordinarle. Dal confronto tra i risultati ottenuti tenendo conto dell'effetto delle velocità relative vento-struttura e quelli presentati in [1, 2], si evidenzia un comportamento sostanzialmente diverso in termini sia di spostamenti, che si riducono, sia di tensioni, che evidenziano un minor rischio di perdita di trazione nelle funi. Si può quindi affermare che, con un'analisi più accurata come quella presentata in questo lavoro, l'affidabilità dell'opera strutturale risulta incrementata.

PRESSIONE CINETICA

L'utilizzo di grandezze mediate nello spazio è necessario per considerare la natura non deterministica dell'azione del vento e quindi descrivere la risultante di un carico non uniforme nello spazio su una superficie. Queste grandezze mediate perdono di importanza se si considera la variazione del carico nella superficie stessa e quindi una integrazione del carico:

$$p(t) = \frac{1}{2} \rho C_d (V(t) - \dot{u}(t))^2 = \frac{1}{2} \rho C_d (\bar{V} + v(t) - \dot{u}(t))^2 = \frac{1}{2} \rho C_d V_r(t)^2 \quad (1)$$

Carico di pressione dipendente dagli spostamenti

Il carico può variare perché dipende dallo stato deformativo, perché varia l'intensità del carico stesso o per effetto della variazione della superficie caricata. La pressione ${}^m p_i$ può essere quindi descritta [3] tramite l'utilizzo di tre termini:

$${}^m p_i = {}^m \lambda \cdot {}^l f \cdot {}^k n_i \quad (2)$$

dove: ${}^m \lambda$ è il moltiplicatore di carico, ${}^l f = f({}^l x_j)$ descrive la distribuzione del carico dipendente dalle coordinate ${}^l x_j$ relativamente alla configurazione l dove l può essere la configurazione iniziale ($l=0$) o quella corrente ($l=m$) e ${}^k n_i$ rappresenta la componente della normale alla superficie relativamente alla configurazione $k=0, m$.

Si possono considerare diverse condizioni di carico variando i coefficienti k ed m : 1) $k=0, l=0$ carico conservativo 2) $k=0, l=m$ è di scarso interesse e 3) $k=m$ carico follower (Figura 1).

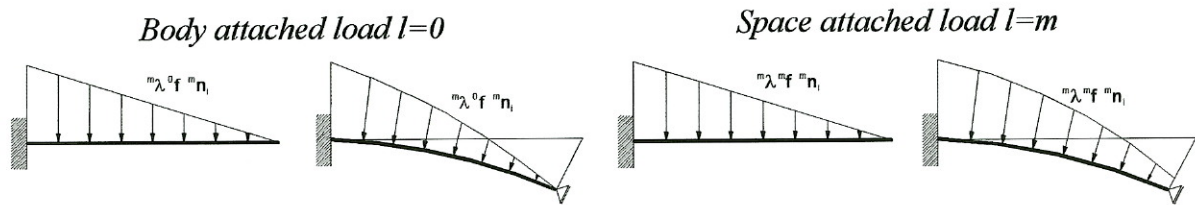


Figura 1 definizione del carico follower

Nell'ipotesi di limitare lo studio al caso di forze agenti sulla superficie ortogonalmente alla superficie stessa, sia ${}^m A$ la superficie in una configurazione m , allora il lavoro delle forze esterne in questa superficie risulta essere ${}^m \delta W_{ext} = \int_{{}^m A} {}^m p_i \delta u_i d{}^m A$, dove ${}^m p_i$ rappresenta la pressione, e u_i il relativo campo di spostamenti.

Matrice di rigidità del carico

La geometria corrente di una superficie di carico nello spazio viene descritta tramite una formulazione parametrica usando le coordinate normalizzate r ed s (Figura 2) in accordo con la teoria degli elementi finiti isoparametrici.

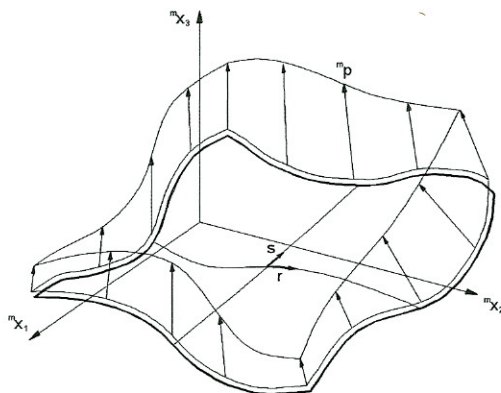


Figura 2 : Elemento isoparametrico

Le coordinate della superficie nella configurazione 2 basandosi sulla configurazione 1 possono essere espresse come ${}^2 x_i(r,s) = {}^1 x_i(r,s) + u_i(r,s)$. Si ha:

$${}^2 n_i d^2 A = e_{ijk} \frac{\partial^2 x_j}{\partial r} \frac{\partial^2 x_k}{\partial s} dr ds$$

$$e_{ijk} = \begin{cases} 0 & \text{sequenza aciclica} \\ 1 & \text{se } ijk \text{ è sequenza ciclica} \\ -1 & \text{sequenza anticiclica} \end{cases}$$

Il lavoro esterno vale quindi:

$${}^2\delta W_{\text{ext}} = e_{ijk} {}^2\lambda \int_r \int_s \left[\frac{\partial^1 x_j}{\partial r} \frac{\partial^1 x_k}{\partial s} + \left(\frac{\partial u_j}{\partial r} \frac{\partial^1 x_k}{\partial s} + \frac{\partial^1 x_j}{\partial r} \frac{\partial u_k}{\partial s} \right) \right] \delta u_i dr ds \quad (3)$$

Nella trattazione successiva si farà riferimento al caso in cui le forze sono legate al corpo (*Body attached load*) e non allo spazio (*Space attached load*).

In questo caso la funzione di carico 1f dipende solamente dalle coordinate riferite alla configurazione iniziale ($l=0$) ${}^0f = {}^0f({}^0x_n)$. Il lavoro esterno diventa :

$${}^2\delta W_{\text{ext}} = e_{ijk} {}^2\lambda \int_r \int_s {}^0f \frac{\partial^1 x_j}{\partial r} \frac{\partial^1 x_k}{\partial s} \delta u_i dr ds + e_{ijk} {}^2\lambda \int_r \int_s {}^0f \left(\frac{\partial u_j}{\partial r} \frac{\partial^1 x_k}{\partial s} + \frac{\partial^1 x_j}{\partial r} \frac{\partial u_k}{\partial s} \right) \delta u_i dr ds \quad (4)$$

Il primo termine rappresenta il carico classico mentre la seconda parte mette in evidenza come i termini dipendano dallo spostamento della struttura.

$$-{}^2\delta W_{\text{ext}} = \int_r \int_s \delta \bar{u}^T (\bar{K}_L^I + \bar{K}_L^{II}) \bar{u} dr ds + \int_b \delta \bar{u}^T (\bar{K}_L^{III}) \bar{u} ds + \int_b \delta \bar{u}^T (\bar{K}_L^{IV}) \bar{u} dr \quad (5)$$

Gli operatori matriciali agenti nel dominio e nel contorno sono:

$$\bar{K}_L^I = \frac{1}{2} {}^2\lambda {}^0f \begin{bmatrix} 0 & {}^1x_{3,s}(\partial_r - \partial_r) & {}^1x_{2,s}(\partial_r - \partial_r) \\ {}^1x_{3,s}(\partial_r - \partial_r) & 0 & {}^1x_{1,s}(\partial_r - \partial_r) \\ {}^1x_{2,s}(\partial_r - \partial_r) & {}^1x_{1,s}(\partial_r - \partial_r) & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & {}^1x_{3,r}(\partial_s - \partial_s) & {}^1x_{2,r}(\partial_s - \partial_s) \\ {}^1x_{3,r}(\partial_s - \partial_s) & 0 & {}^1x_{1,r}(\partial_s - \partial_s) \\ {}^1x_{2,r}(\partial_s - \partial_s) & {}^1x_{1,r}(\partial_s - \partial_s) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{K}_L^{II} = \frac{1}{2} {}^2\lambda \begin{bmatrix} 0 & \sum_{j=1}^3 {}^0f_{,j} ({}^0x_{j,s} {}^0x_{3,r} - {}^0x_{j,r} {}^0x_{3,s}) & -\sum_{j=1}^3 {}^0f_{,j} ({}^0x_{j,s} {}^0x_{2,r} - {}^0x_{j,r} {}^0x_{2,s}) \\ & 0 & \sum_{j=1}^3 {}^0f_{,j} ({}^0x_{j,s} {}^0x_{1,r} - {}^0x_{j,r} {}^0x_{1,s}) \\ & & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{K}_L^{III} = \frac{1}{2} {}^2\lambda {}^0f \begin{bmatrix} 0 & -{}^1x_{3,s} & +{}^1x_{2,s} \\ +{}^1x_{3,s} & 0 & -{}^1x_{1,s} \\ -{}^1x_{2,s} & +{}^1x_{1,s} & 0 \end{bmatrix}; \quad \bar{K}_L^{IV} = \frac{1}{2} {}^2\lambda {}^0f \begin{bmatrix} 0 & +{}^1x_{3,r} & -{}^1x_{2,r} \\ -{}^1x_{3,r} & 0 & +{}^1x_{1,r} \\ +{}^1x_{2,r} & -{}^1x_{1,r} & 0 \end{bmatrix}$$

dove ${}^0f_{,j} = (\partial({}^0f))/(\partial({}^0x_j))$.

LO STADIO DI LAPLATA IN ARGENTINA

La copertura dello stadio della città di La Plata, Figura 3, è basata su un sistema strutturale leggero definito "tensegrity system" caratterizzato da un basso peso strutturale.

La "tensegrity", è un sistema definito come una rete di funi in stato di presollecitazione ed è basata sull'impiego di 4 elementi base: triangoli costituiti da funi posti sulla parte superiore della copertura, funi diagonali che suddividono in triangoli la struttura verticalmente, funi di cerchiatura e elementi rigidi verticali resistenti alla compressione. I raggi generatori in pianta sono: $R=85.62$ m e la distanza tra i due centri di generazione: $\Delta=24$ m.

Lo studio del comportamento statico e dinamico della struttura viene fatto con il metodo agli elementi finiti, in particolare si è utilizzato un codice di calcolo LOKI (*geometrically non-linear finite element analysis by cable, membrane and beam elements*) sviluppato in base alla teoria Langrangiana Totale per l'analisi di strutture con comportamento non lineare per geometria in regime di grandi spostamenti sottoposte a carico tipo follower.

La discretizzazione della geometria è stata fatta tramite elementi finiti isoparametrici fune e membrana derivanti dalla degenerazione di elementi tridimensionali in accordo con la teoria degli elementi finiti Φ -lineari. La trattazione dettagliata di tali elementi si può trovare, ad esempio, in [5]. Il modello tridimensionale della copertura comprende 1168 elementi unidimensionali (funi e truss) a 2 nodi e 285 elementi membranali a 4 nodi deformati in modo tale che due nodi coincidano.

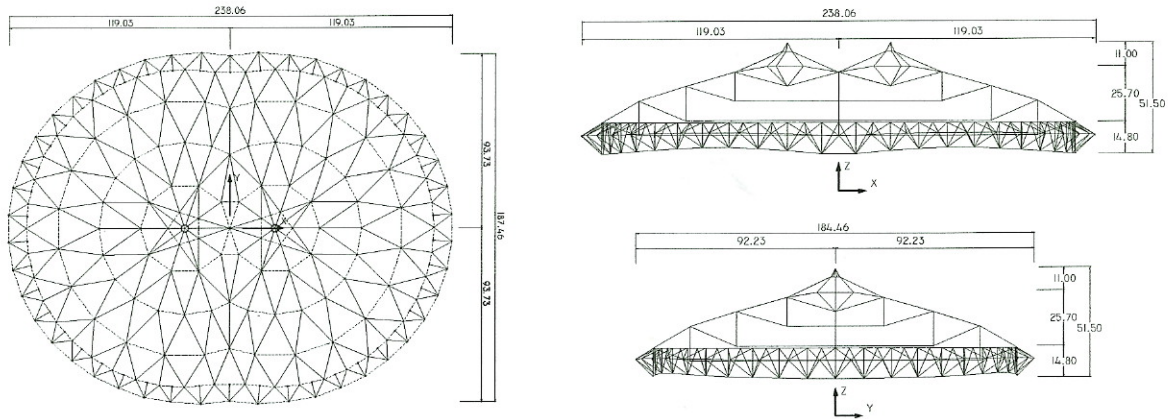


Figura 3: geometria della copertura in tensostruttura

ANALISI FREQUENZIALE

In una prima analisi si sono valutate le frequenze della struttura. Vista la natura non lineare per geometria del problema, tale calcolo è stato fatto con la matrice di rigidità derivata dalla risoluzione della pretensione con il peso proprio strutturale.

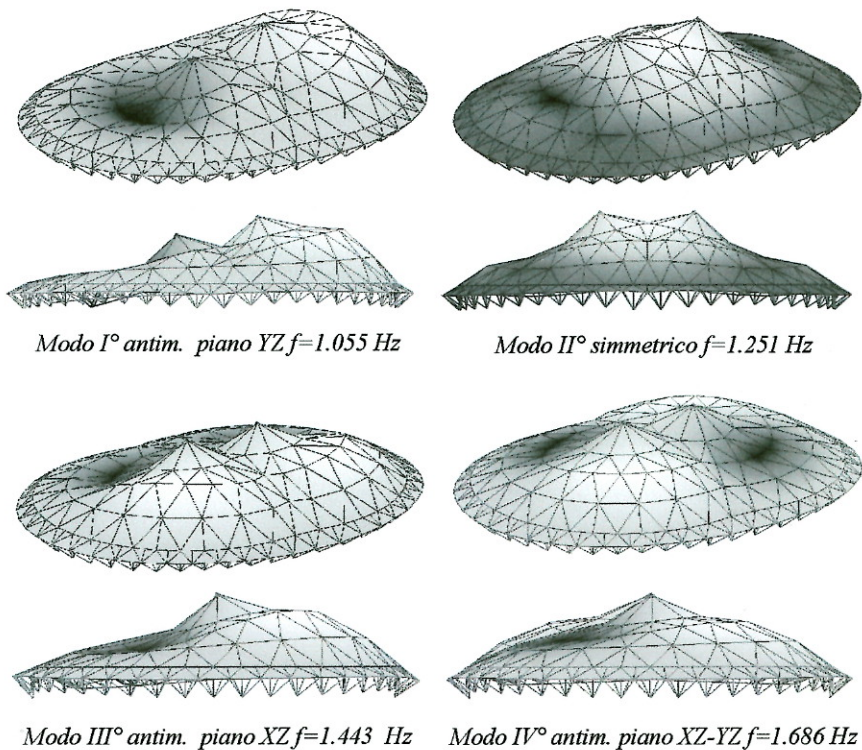


Figura 4: modi e frequenze dei primi 4 modi di vibrare

L'analisi delle frequenze e dei modi di vibrare (Figura 4) evidenzia come la struttura si comporti ad arco, dato che il I° e il III° modo di vibrare corrispondenti ai primi due modi di

vibrare lungo la direzione X piano YZ e Y piano XZ sono di tipo antisimmetrico con frequenza pari a 1.055 Hz e 1.443 Hz. Queste frequenze saranno utilizzate come riferimento per l'interpretazione dei risultati ottenuti dalle prove dinamiche nel dominio del tempo tramite la valutazione dello spettro di potenza. Il periodo fondamentale è di circa 1 secondo, per le analisi dinamiche nel dominio del tempo si userà un passo di integrazione pari 1/20 di T_0 e quindi pari a 0.05 sec.

ANALISI DINAMICA

L'analisi dinamica non lineare, eseguita nel dominio del tempo, richiede la generazione delle serie temporali campione delle velocità del vento, definite tramite la matrice degli spettri incrociati. Il modello di simulazione utilizzato [1] si basa sull'algoritmo di Akaike-Iwatani con regressione pari a 3. I dati sono:

rugosità del terreno $z_0=0.2$ m, velocità di riferimento $v_0=30$ m/s ad un'altezza di 10 m

$$\frac{nS_v(z; n)}{u_*^2} = \frac{2,21\beta^{2,5}f}{(1+3,31\beta^{1,5}f)^{5/3}}; \beta = 5.53; C_Y=11.5; C_Z=11.5$$

$$\text{Coh}(y, z; y', z'; n) = \exp \frac{-2n\sqrt{C_y^2(y-y')^2 + C_z^2(z-z')^2}}{\bar{V}(z) + \bar{V}(z')}$$

Il segnale viene generato in tutti i punti superiori della copertura per un totale di 167 nodi, il passo di simulazione del segnale è stato scelto di 0.2 secondi. La correlazione del segnale in direzione X viene generata introducendo un ritardo temporale τ nel calcolo della funzione di correlazione. Maggiori dettagli dell'algoritmo di simulazione e della verifica del contenuto frequenziale del segnale generato si possono trovare in [1].

Le 167 storie temporali generate dal simulatore autoregressivo costituiscono il campo di velocità in cui la struttura è immersa. In Figura 5 si riporta la mappatura delle velocità in 2 istanti diversi, con $\Delta t=0.2$ sec per vento incidente con direzione X. In tale figura si può osservare lo sviluppo temporale del campo di velocità sull'intera superficie coperta. Le corrispondenti storie temporali delle pressioni si valutano tramite i coefficienti di pressione determinati tramite prove su modelli in galleria del vento.

I coefficienti di pressione sono mappati in Figura 6 [2] ed evidenziano come, per vento incidente rispettivamente in direzione X e Y, nella zona di attacco della vena fluida alla copertura si ha una pressione positiva mentre per il resto della copertura si ha solo depressione. I coefficienti massimi di depressione si hanno nelle due cupole superiori.

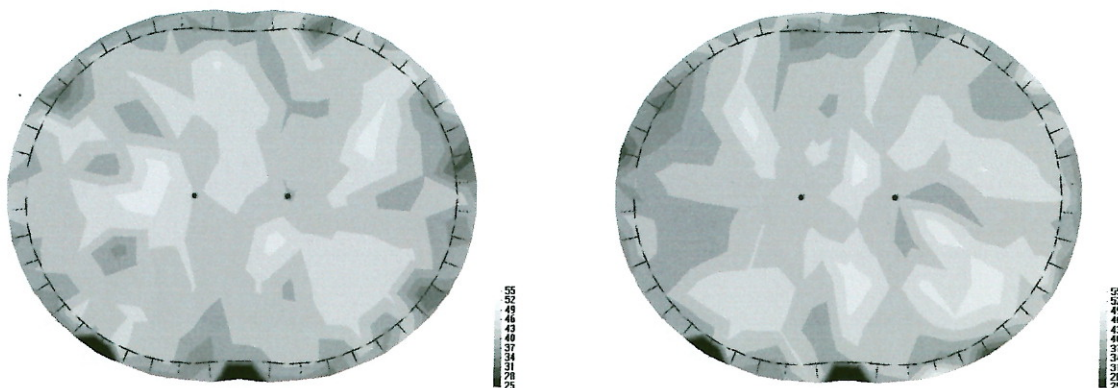


Figura 5: mappatura delle velocità simulate con vento incidente in direzione X

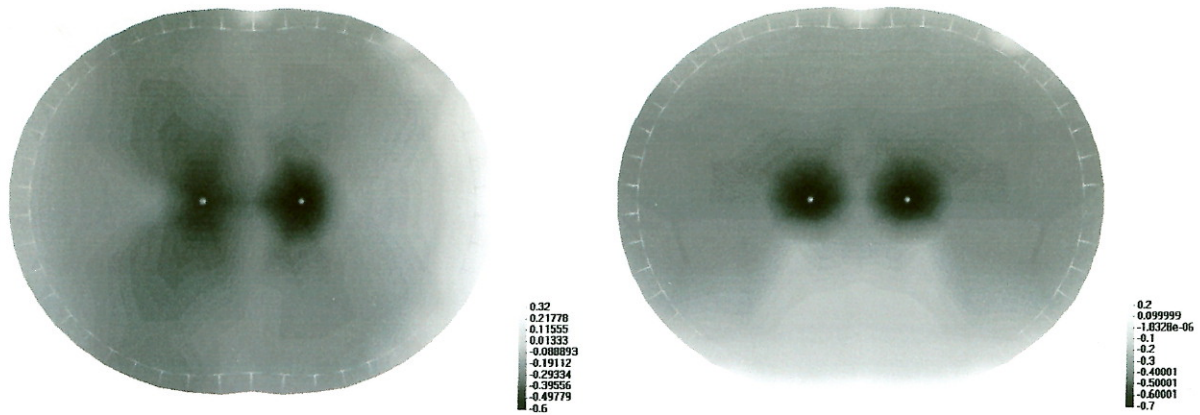


Figura 6: mappatura dei coefficienti di pressione in X ed in Y

RISULTATI DELL'ANALISI DINAMICA

Si riportano i risultati relativi allo studio dell'azione del vento in campo dinamico considerando e non considerando l'effetto della velocità della struttura con riferimento ad una storia temporale di carico per vento incidente con direzione X. Il confronto dell'energia cinetica (Figura 7) mostra come, non considerare l'effetto della velocità relativa, porti ad un incremento dell'energia e quindi renda possibile una ipotesi di instabilità aerodinamica.

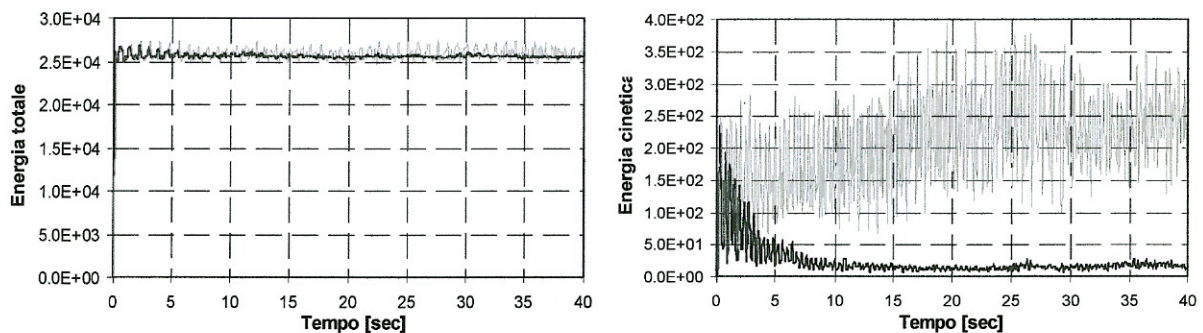


Figura 7: storie temporali dell'energia del sistema

L'introduzione della velocità relativa elimina radicalmente la crescita dell'energia cinetica anche se la velocità strutturale risulta essere molto contenuta. L'effetto di questo smorzamento dinamico predominante rispetto a quello strutturale è evidente in tutte le grandezze significative anche se con intensità diversa. Lo spostamento in Z del nodo di simmetria della copertura, Figura 8, evidenzia in modo chiaro tale effetto mentre gli spostamenti in X e Y ne risentono in modo minore.

Le serie temporali degli stati tensionali, Figura 9, rispecchiano il comportamento osservato nell'analisi statica [2]. Si osservano, infatti, frequenti azzeramenti della tensione nelle funi caratterizzate da comportamento critico.

È evidente inoltre come l'effetto della velocità relativa riduca notevolmente il numero di tali azzeramenti ed i picchi tensionali.

La Figura 10 mostra l'andamento delle velocità massime nei nodi strutturali in direzione X e Z.

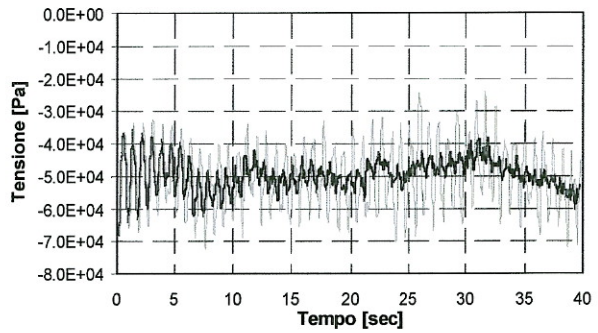
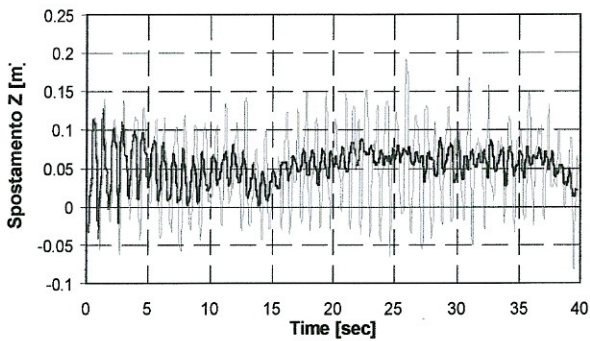
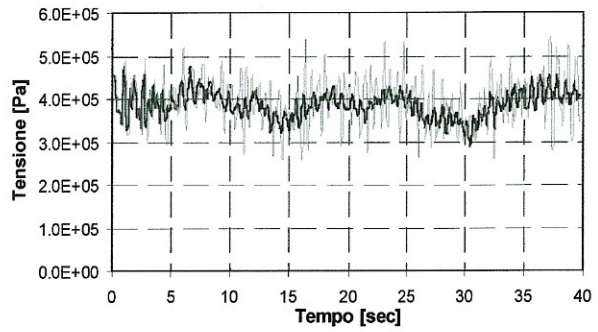
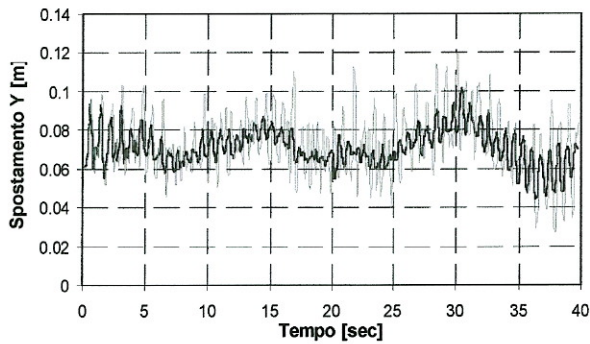
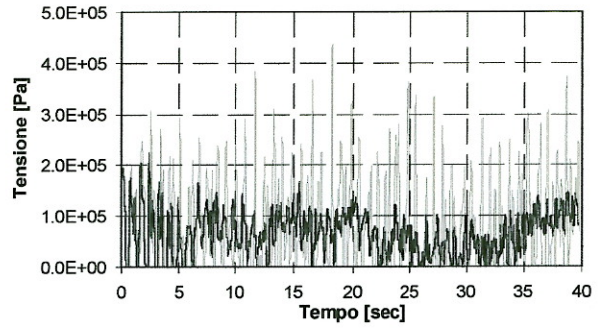
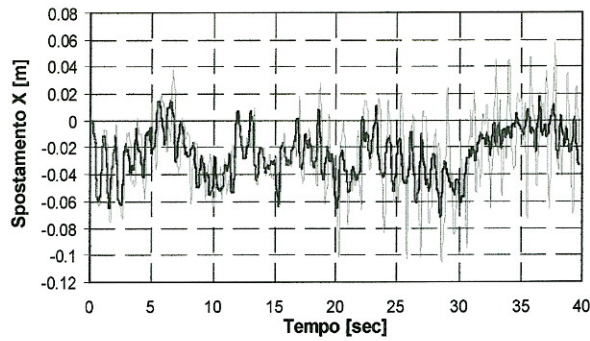


Figura 8: storie temporali degli spostamenti del nodo 84 (in neretto l'effetto della velocità relativa)

Figura 9: storie temporali delle tensioni funi 14-15-78 (in neretto l'effetto della velocità relativa)

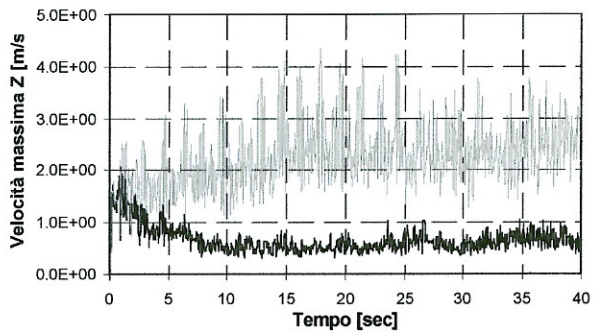
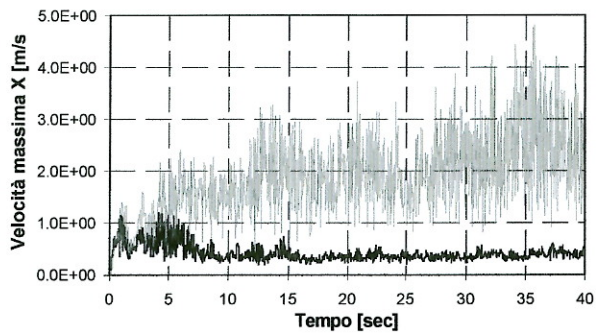


Figura 10: velocità massime della struttura (in neretto l'effetto della velocità relativa)

L'analisi con spettro di potenza, (Figura 11), evidenzia che la struttura sottoposta ad un campo di carico multicorrelato non omogeneo ha la frequenza fondamentale corrispondente alle frequenze valutate con il calcolo dei modi di vibrare.

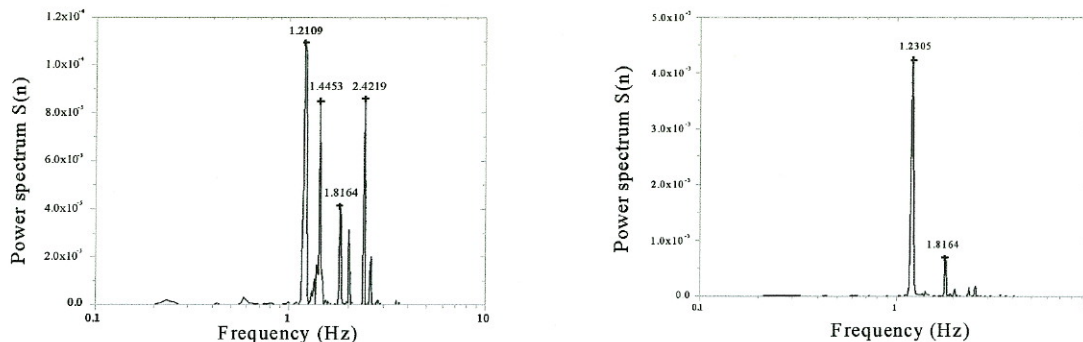


Figura 11: spettri in direzione Y e Z

CONCLUSIONI

Lo studio di strutture leggere come le coperture sub-orizzontali di grande dimensione risulta essere poco realistico se non si considerano in modo sufficientemente accurato i seguenti aspetti: la descrizione dell'azione del vento come forza dipendente dalla deformazione (indispensabile per descrivere in modo sufficientemente realistico l'azione del vento in una struttura fortemente deformabile); l'effetto della velocità della struttura, soprattutto quando la struttura è fortemente deformabile.

L'introduzione della velocità relativa elimina radicalmente la crescita dell'energia cinetica, anche se la velocità strutturale risulta essere molto contenuta. L'effetto di questo smorzamento dinamico, predominante rispetto a quello strutturale, è evidente dall'esame di tutte le grandezze significative, anche se con peso diverso: ad esempio la componente di spostamento in Z evidenzia in modo chiaro tale effetto, mentre gli spostamenti in X e Y ne risentono in modo minore. La velocità propria della struttura, quindi, influenza in modo significativo la capacità smorzante, costituendo una fondamentale riserva per ridurre i rischi di instabilità dinamica dovuta alla fluttuazione della velocità del vento.

La modellazione teorica dell'interazione fluido-struttura con integrazione delle componenti di rigidità, massa e smorzamento aeroelastico è ancora di difficile impiego pratico. D'altro canto la modellazione teorica che trascura questi contributi produce risultati ampiamente conservativi come dimostrato da precedenti prove sperimentali e misurazioni su scala reale [1, 2]. Il presente lavoro, includendo l'effetto della velocità relativa fluido-struttura permette di ottenere conferma di un migliore accordo con i risultati sperimentali.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Lazzari, M., Majowieski M., Sietta A., Vitaliani, R., "Generazione artificiale dell'azione del vento: analisi comparativa degli algoritmi di simulazione nel dominio del tempo", *ANIV IN-VENTO-98*, Perugia, 13-16 Settembre 1998.
- [2] Lazzari, M., Majowiecki M., Sietta A., Vitaliani, R., "Analisi dinamica non lineare di sistemi strutturali leggeri sub-orizzontali soggetti all'azione del vento: lo stadio di La Plata", *ANIV IN-VENTO-98*, Perugia, 13-16 Settembre 1998
- [3] Schweizerhof K., Ramm E., Displacement dependent pressure loads in nonlinear finite element analyses, *Comp. & Struc.*, 18, 6 pp. 1099-1114, 1984
- [4] Schweizerhof K., Ramm E., Follower force effects on stability of shells under hydrostatic loads, *J. Engng. Mech. ASCE*, 1987; 113(1):72-88
- [5] Lazzari M., "Analisi non lineare per geometria di grandi strutture", R.I. Dip. Costruzioni e Trasporti, Università di Padova, 2000.